**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**
**(наименование организации образования)**

**Поурочный план или краткосрочный план для педагога организаций среднего образования**

|  |  |
| --- | --- |
| **Раздел** |  Многочлены |
| **ФИО педагога** |  |
| **Дата** |  |
| **Класс «10»** | **Количество присутствующих:** | **Количество отсутствующих:** |
| **Тема урока** | Теорема Безу, схема Горнера |
| **Цели обучения в соответствии с учебной программой** | 10.2.1.8 - применять теорему Безу и ее следствия при решении задач;10.2.1.9 - применять различные способы нахождения корней симметрических и однородных многочленов;10.2.1.10 - применять схему Горнера для нахождения корней многочлена; |
| **Цель урока** | Ты узнаешь:* теорему Безу и ее следствия, схему Горнера;
* способы нахождения корней симметрических и однородных многочленов.

Ты научишься:* применять теорему Безу и ее следствия при решении задач;
* применять схему Горнера для нахождения корней многочлена;
* находить корни симметрических и однородных многочленов.
 |
| **Ход урока** |
| **Этап урока/время** | **Действия педагога** | **Действия учеников** | **Оценивание** | **Ресурсы** |
| Начало урока1мин2мин3 мин14 мин   | **Настрой на урок.** **Проверка домашнего задания.** **Актуализация опорных знаний****Изучение новых ЗУН.****1 группа****Схема Горнера**Деление многочлена $P\left(x\right)=a\_{0}x^{n}+a\_{1}x^{n-1}+…+a\_{n-1}x+a\_{n}$ на двучлен $Q\left(x\right)=x-a$ удобно выполнять, используя алгоритм, связанный с именем английского математика Горнера. Если $T\left(x\right)$ – частное от деления многочлена $P\left(x\right)$ на двучлен $Q\left(x\right)=x-a$, то справедливо равенство $P\left(x\right)=T\left(x\right)\left(x-a\right)+R$ где $T\left(x\right)=c\_{0}x^{n-1}+c\_{1}x^{n-2}+…+c\_{n-2}x+c\_{n-1}$ – многочлен степени $n-1$, $R$ – число.Из этого следует, что $a\_{0}x^{n}+a\_{1}x^{n-1}+…+a\_{n-1}x+a\_{n}=\left(c\_{0}x^{n-1}+c\_{1}x^{n-2}+…+c\_{n-2}x+c\_{n-1}\right)\left(x-a\right)+R$*.* Чтобы найти коэффициенты многочлена$ T\left(x\right)$ и число $R$, раскроем скобки в правой части этого равенства и приравняем коэффициенты при одинаковых степенях слева и справа. Получим $a\_{0}=c\_{0}$, $a\_{k}=c\_{k}-ac\_{k-1}$ при $k=1, 2, …, n$;$ c\_{n}=R$. Отсюда следует, что $c\_{0}=a\_{0},c\_{k}=a\_{k}+ac\_{k-1}$ при $k=1, 2, …, n$;$ c\_{n}=R$.Вычисление коэффициентов многочлена и остатка производится с помощью следующей таблицы:Эта таблица называется ***схемой Горнера***.***Чтобы выполнить деление многочленов по схеме Горнера нужно:***1) составить таблицу из 2 строк;2) в верней строке записать коэффициенты делимого: $a\_{0}, a\_{1},…, a\_{n}$ (коэффициенты многочлена $P\left(x\right)$);3) левее старшего коэффициента делимого в нижней строчке записать число $a$;4) в нижней строке записать коэффициенты частного $c\_{0}$, $c\_{1}$, $c\_{2}$,$…$, $c\_{n-1}$ и остаток.Если $R=0$, то многочлен $P\left(x\right)$ делится на двучлен $Q\left(x\right)$ без остатка.**Пример.**  Выполни деление многочленов по схеме Горнера:$\left(6x^{3}-11x^{2}-1\right):(x-1)$.Решение. Составим таблицу:Тогда $\left(6x^{3}-11x^{2}-1\right):\left(x-1\right)=\left(6x^{2}-5x-5\right)∙\left(x-1\right)-6$.**2 группа****Теорема Безу****Теорема Безу.** Остаток при делении любого многочлена на двучлен $\left(x-a\right)$ равен значению делимого многочлена при $x=a$.**Следствие 1.** Многочлен $P\left(x\right)$ делится на на двучлен $\left(x-a\right)$ тогда и только тогда, когда число $a$ является корнем данного многочлена.**Следствие 2.** Если $x\_{1},x\_{2},$ $x\_{3},…,x\_{n}$ различные корни многочлена$ P\left(x\right)$, то $P\left(x\right)\vdots \left(x-x\_{1}\right)∙\left(x-x\_{2}\right)∙\left(x-x\_{3}\right)\cdots \left(x-x\_{n}\right)$.**Следствие 3.** Числоразличных действительных корней многочлена, отличного от нуля, не более чем его степень.**Изучить видео****Пример.** Найди остаток от деления многочлена $P\left(x\right)=3x^{3}-2x^{2}+7x-2 $ на двучлен $\left(x+3\right)$, не выполняя деления.Решение. Согласно теореме Безу, чтобы найти остаток при делении любого многочлена на двучлен, достаточно найти значение $P\left(-3\right)$.$$P\left(-3\right)=3\left(-3\right)^{3}-2\left(-3\right)^{2}+7\left(-3\right)-2=-122.$$**Ответ:** $-122$.**Пример.**  Найди все значения $a$ и $b$, при которых многочлен $$ax^{4}+x^{3}+bx^{2}+x-1 $$имеет корни $x\_{1}=\frac{1}{2} $ и $x\_{2}=-1$ . Приравняем многочлен к 0: $ax^{4}+x^{3}+bx^{2}+x-1=0$.Используя теорему Безу, подставим в данное уравнение $x\_{1}=\frac{1}{2}$ и $x\_{2}=-1$, получаем систему$\left\{\begin{array}{c}\frac{1}{16}a+\frac{1}{8}+\frac{1}{4}b+\frac{1}{2}-1=0,\\a-1+b-1-1=0,\end{array}\right.$ откуда $\left\{\begin{array}{c}a+4b=6,\\a+b=3.\end{array}\right.$$$a=3-b$$$$3-b+4b=6$$$$3b=3$$$$b=1$$$a=3-1$=2Ответ:$ a=2, b=1$.**3 группа**Симметрические многочленыОпределение. Многочлен $n$-ой степени с одной переменной, в котором коэффициенты равноудаленных от концов членов равны, называется симметрическим многочленом. Алгоритм нахождения корней симметрического многочлена четной степени $$ax^{2n}+bx^{2n-1}+cx^{2n-2}+…+cx^{2}+bx+a$$рассмотрим на примере многочлена четвертой степени$ax^{4}+bx^{3}+cx^{2}+bx+a$:1) приравнять многочлен к нулю: $ax^{4}+bx^{3}+cx^{2}+bx+a=0$;2) разделить левую и правую части полученного уравнения на $x^{2}$. При этом не происходит потери корней, так как $x=0$ не является корнем уравнения при $a\ne 0$;3) полученное уравнение $ax^{2}+bx+c+b∙\frac{1}{x}+a∙\frac{1}{x^{2}}=0$ привести к виду $a\left(x^{2}+\frac{1}{x^{2}}\right)+b\left(x+\frac{1}{x}\right)+c=0$, используя способ группировки;4) ввести новую переменную $y=x+\frac{1}{x}$;5) выразить $x^{2}+\frac{1}{x^{2}}$ через $y$, получив $y^{2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^{2}=x^{2}+2+\frac{1}{x^{2}}$ или $x^{2}+\frac{1}{x^{2}}=y^{2}-2$;6) решить полученное квадратное уравнение $ay^{2}+by+c-2a=0$;7) перейти к переменной $x$.Нужно знать, что симметрический многочлен нечетной степени сводится к симметрическому многочлену четной степени, так как у любого симметрического многочлена нечетной степени один из корней всегда равен $-1$.**Пример .** Найди корни симметрического многочлена $x^{5}+2x^{3}+2x^{2}+1$.Решение. Так как $x=-1$ является корнем многочлена, то по схеме Горнера:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | $$1$$ | $$0$$ | $$2$$ | $$2$$ | $$0$$ | $$1$$ |
| $$-1$$ | $$1$$ | $$-1$$ | $$3$$ | $$-1$$ | $$1$$ | $$0$$ |

Получим разложение многочлена:$x^{5}+2x^{3}+2x^{2}+1=\left(x^{4}-x^{3}+3x^{2}-x+1\right)\left(x+1\right)$.Для нахождения корней многочлена $x^{4}-x^{3}+3x^{2}-x+1$ приравняем к 0 и разделим на $x^{2}$ получим уравнение $x^{2}-x+3-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^{2}}=0$. Используя способ группировки, получим $\left(x^{2}+\frac{1}{x^{2}}\right)-\left(x+\frac{1}{x}\right)+3=0$. Введем новую переменную $y=x+\frac{1}{x}$. Получим уравнение $y^{2}-y+1=0$. Данное уравнение не имеет действительных корней, поэтому корнем многочлена $x^{5}+2x^{3}+2x^{2}+1$ будет только $x=-1$.**Ответ:**$ -1$.**4 группа**Однородные многочленыМногочлен с двумя переменными $P(x;y)$ называют **однородным многочленом** $n$**-й степени**, если сумма показателей степеней переменных в каждом члене многочлена равна $n$. Например: $x^{3}+3x^{2}y+2y^{3}$, $2x^{4}y^{2}+3x^{5}y+x^{3}y^{3}$ – однородные многочлены.Также применимо следующее определение:Если для многочлена $P(x;y)$ и любого числа $t$ выполняется равенство$P\left(tx;ty\right)=t^{n}P(x,y)$*,*то этот многочлен называют **однородным многочленом степени** $n$.**Пример.** Найди корни однородного многочлена $x^{2}-3xy+2y^{2}$.**Решение**. Чтобы найти корни многочлена, приравняем его к нулю: $x^{2}-3xy+2y^{2}=0$.Очевидно, что пара $x=0, y=0$ будет решением уравнения. Найдем решения уравнения, отличные от нуля. Разделив данное уравнение на$ y^{2}$, получим уравнение $\frac{x^{2}}{y^{2}}-3\frac{x}{y}+2=0$.Обозначив $\frac{x}{y}=t$, получим уравнение $t^{2}-3t+2=0$, отсюда, $t\_{1}=1, t\_{2}=2.$Тогда решения данного уравнения находим из уравнения $\frac{x}{y}=1$ или $\frac{x}{y}=2$. Отсюда, корни многочлена $x^{2}-3xy+2y^{2}$ запишем следующим образом:$$\left\{\left(C;C\right)\right\} ∪\left\{\left(2C;C\right)\right\}, Cϵ R.$$**Ответ:**$ \left\{\left(C;C\right)\right\} ∪\left\{\left(2C;C\right)\right\}, Cϵ R.$Всякий однородный многочлен с двумя переменными можно преобразовать в многочлен с одной переменной. Для этого достаточно сделать замену $\frac{x}{y}=t$ или $y=xt.$  | Разбор заданий, где возникли затруднения при решении примеров.Повторение темы Деление «уголком» многочлена на многочлен Группа выполняют краткий тезисный конспект в тетради или выполняют кластер.Каждая часть теоретического материала подкрепляется выполнением практического задания.Для изучения новой темы, учащиеся делятся на 4 группы.Затем делятся новыми знаниями по методу «Автобусная остановка». | ПохвалаСамооценка. Оценка работы всего класса учителем.Взаимооценивание в группе | Слайд №1-3 Слайд №4-5<https://youtu.be/KD4rAoXPky8> |
| **Закрепление**15 минРабота у доски разбор заданий | 1. Вывод формул для схемы Горнера
2. Демонстрация работы схемы Горнера
3. Разложение многочлена по степеням двучлена

**Опережающие задания:****№1.** Найди сумму корней многочлена $ax^{3}+x^{2}-8x-12$, если один из них равен $3$.Решение: Так как $x=3$ является корнем многочлена, то$P\left(3\right)=0$: $P\left(3\right)=a\left(3\right)^{3}+\left(3\right)^{2}-8\left(3\right)-12=27a+9-24-12=0$,$27a-27=0$, отсюда $a=1$.Теперь воспользуемся схемой Горнера:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | $$1$$ | $$1$$ | $$-8$$ | $$-12$$ |
| $$3$$ | $$1$$ | $$4$$ | $$4$$ | $$0$$ |

Значит, $x^{3}+x^{2}-8x-12=(x^{2}+4x+4)(x-3)$.Чтобы найти корни многочлена $(x^{2}+4x+4)(x-3)$, приравняем его к 0.$x^{2}+4x+4=0$или $x-3=0$. Решив квадратное уравнение, получим корни:$x^{2}+4x+4=0$: $x\_{1}=x\_{2}=-2$.Тогда сумма корней многочлена $x^{3}+x^{2}-8x-12$ равна$-2-2+3=-1$.Ответ: $-1$.**№2.**  Найди все значения $a$ и $b$, при которых многочлен $$ax^{4}-4x^{3}+bx^{2}+x+2 $$имеет корни $x\_{1}=\frac{1}{2}$ и $x\_{2}=2$ . Решение: $ ax^{4}-4x^{3}+bx^{2}+x+2 =0$.Используя теорему Безу, подставим в данное уравнение $x\_{1}=\frac{1}{2}$ и $x\_{2}=2$, получаем систему$\left\{\begin{array}{c}\frac{1}{16}a-4∙\frac{1}{8}+\frac{1}{4}b+\frac{1}{2}+2=0,\\16a-32+4b+2+2=0,\end{array}\right.$ откуда $\left\{\begin{array}{c}a+4b=-32,\\16a+4b=28.\end{array}\right.$Решая эту систему, находим $a=4, b=-9$.Ответ:$ a=4, b=-9$. | Совместная работа с учителем.Показывают умение по изученной темеИндивидуальная работаЗадания для учащихся, работающих на опережение | Комментарии одноклассников. Прием «Большой палец»Самооценивание по образцуОценивание учителем | Слайд № 6-8 |
| Конец урока 5 мин | * **Рефлексия:**

https://ds04.infourok.ru/uploads/ex/08ff/001663a6-f5334889/img13.jpg* **Домашнее задание**
 | Оценивают свой успех на урокеЗаписывают домашнее задание | Прием «Большой палец» | Слайд №9-10 |